

Zadania domowe z Podstaw Fizyki II

Seria I

Zad. 1

Wykonując odpowiednie całki objętościowe we współrzędnych walcowych lub sferycznych obliczyć objętości walca o promieniu R i wysokości H oraz kuli o promieniu R .

Zad. 2

Dwa układy współrzędnych krzywoliniowych (η, φ, z) i (η, θ, φ) zadane są poprzez następujące związki ze współrzędnymi kartezjańskimi (x, y, z)

- a) $x = a \cosh \eta \cos \varphi, \quad y = a \sinh \eta \sin \varphi, \quad z = z$
 b) $x = a \sinh \eta \sin \theta \cos \varphi, \quad y = a \sinh \eta \sin \theta \sin \varphi, \quad z = a \cosh \eta \cos \theta.$

Kąty φ i θ są takie same jak we współrzędnych sferycznych, a współrzędna $\eta \geq 0$. Wyznaczyć powierzchnie i linie tych współrzędnych, znaleźć odpowiadające im bazy lokalne i zbadać czy są one ortogonalne. Wyrazić gradient pola skalarne $f(q_1, q_2, q_3)$ w bazie lokalnej tych współrzędnych. Jakie nazwy (związane z ich symetrią) można by nadać tym układom?

Wskazówka: Równania powierzchni należy zapisać w postaci funkcji uwikłanej $F(x, y, z) = 0$.

Zad. 3.

Cienki pręt o długości l wygięto w łuk o promieniu R i równomiernie naładowano ładunkiem Q . Wyznaczyć natężenie pola elektrycznego $E(z)$ na osi prostopadłej do płaszczyzny łuku, przechodzącej przez jego środek krzywizny. Dla jakiego stosunku $l/R < 2\pi$, przy stałej długości l , natężenie pola elektrycznego w środku krzywizny jest największe? (Ten wynik należy obliczyć numerycznie).

Wsk. Wygodnie jest rozmieścić pręt symetrycznie w zakresie kątów $\varphi_0 < \varphi < 2\pi - \varphi_0$.

Zad. 4

Stożek o wysokości H i podstawie o promieniu R jest naładowany ładunkiem Q równomiernie rozłożonym w całej jego objętości. Znaleźć natężenie pola elektrycznego w wierzchołku stożka.

Zad. 5

Znaleźć siłę, z jaką działają na siebie dwa naładowane jednorodnie odcinki o długościach l_1 i l_2 , leżące na jednej prostej. Całkowity ładunek pierwszego odcinka wynosi q , ładunek drugiego Q , a odległość pomiędzy środkami odcinków jest równa $d > (l_1 + l_2)/2$.

Zad. 6

W studni kwantowej o szerokości L gęstość ładunku zmienia się wzdłuż szerokości studni zgodnie z zależnością

$$\rho(z) = \rho_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{L}z\right) \quad \text{dla } |z| \leq \frac{L}{2}.$$

Wymiary poprzeczne studni są na tyle duże, że można je uważać za nieskończone.

- a) Wyznaczyć pole elektryczne $E(z)$ wytwarzane przez ten rozkład ładunku.
 b) Wyznaczyć potencjał $\Phi(z)$ i obliczyć różnicę potencjałów między brzegami studni oraz między brzegiem studni a jej środkiem.