03.06.2020

Zadania domowe z Podstaw Fizyki II

Seria 11

Zad. 1

Bardzo długi walec o promieniu R spolaryzowany jest jednorodnie, przy czym wektor polaryzacji $\boldsymbol{P}$ jest prostopadły do osi walca (polaryzacja poprzeczna). Znaleźć natężenie pola elektrycznego wewnątrz walca i pokazać, że pole na zewnątrz walca opisane jest wzorem

$$\vec{\boldsymbol{E}}\,(\vec{r}) = \frac{R^2}{2\epsilon_0 \rho^2}\left[\frac{2(\vec{P}\cdot\vec{\rho})\vec{\rho}}{\rho^2} - \vec{P}\right].$$

Zad. 2

Kondensator kulisty o promieniach okładek R_1 i $R_2 > R_1$ wypełniony jest dielektrykiem o przenikalności elektrycznej $\varepsilon(\theta) = \varepsilon_0\varepsilon(1 + 3\cos^2\theta)$, zależnej od kąta biegunowego θ. Znaleźć pojemność kondensatora oraz rozkład gęstości powierzchniowej ładunku związanego i swobodnego na wewnętrznej okładce, po naładowaniu kondensatora ładunkiem Q.

Zad. 3

Długą, cienką płytkę o objętości V, wykonaną z dielektryka o stałej dielektrycznej ε, umieszczono w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu $\boldsymbol{E}_0$. Płaszczyzna płytki tworzy kąt α z kierunkiem pola.

a) Wyznaczyć pole elektryczne wewnątrz płytki i wektor polaryzacji $\boldsymbol{P}$.
b) Obliczyć moment siły działający na płytkę i pracę, jaką należy wykonać, aby obrócić płytkę do obecnego położenia z położenia początkowego, dla którego kąt $\alpha = 0$.

Zad. 4

Na płaskiej granicy między dwoma nieskończonymi ośrodkami dielektrycznymi o przenikalnościach ε_1 i ε_2, umieszczono kulkę metalową o promieniu R, której środek leży dokładnie w płaszczyźnie rozgraniczającej ośrodki. Kulka naładowana jest ładunkiem Q. Znaleźć natężenie $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ i indukcję $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ pola elektrycznego w całej przestrzeni, przyjmując początek układu w środku kulki. Wyznaczyć powstające w tym układzie ładunki związane.

Wsk. Zastanowić się czy potencjał może mieć postać kulisto-symetryczną $\Phi(r)$.

Zad. 5

Punktowy dipol elektryczny o momencie dipolowym $\boldsymbol{p} = p\boldsymbol{e}_z$ znajduje się w środku kulistej wnęki o promieniu R, utworzonej w nieskończonym dielektryku o stałej dielektrycznej ε. Pole elektryczne w tym układzie można opisać w następujący sposób: na zewnątrz kuli jako pole od pewnego efektywnego dipola $\boldsymbol{p}_1$, a wewnątrz kuli jako superpozycję pola od dipola $\boldsymbol{p}$ i pewnego stałego pola $\boldsymbol{E}_1$.

a) Podać odpowiadającą temu polu postać potencjału elektrycznego $\Phi(\boldsymbol{r})$ w całej przestrzeni i sprawdzić, czy spełnia on warunki brzegowe na granicy wnęki przy odpowiednim doborze stałych p_1 i E_1.
b) Wyznaczyć polaryzację $\boldsymbol{P}(r,\theta)$ dielektryka wyrażoną we współrzędnych sferycznych.
c) Wyznaczyć rozkład ładunku polaryzacyjnego (związanego) w dielektryku.

Zad. 6

Obliczyć siłę, z jaką wciągany jest do płaskiego kondensatora prostopadłościenny kawałek dielektryka o przenikalności elektrycznej ε, o grubości d równej odległości między okładkami i szerokości w równej szerokości okładek

a) przy stałym napięciu U między okładkami kondensatora,
b) przy stałym ładunku Q na okładkach kondensatora.

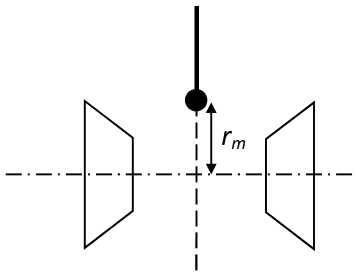
Zad. 7

Prąd o natężeniu I płynie przez długi przewodnik o promieniu a. Znaleźć zależność indukcji pola magnetycznego $\boldsymbol{B}$ oraz namagnesowania $\boldsymbol{M}$ od odległości od osi przewodnika, jeśli wykonany jest on z materiału o podatności magnetycznej χ, a rozkład prądu jest jednorodny. Wyznaczyć wszystkie mikroskopowe prądy związane.

Zad. 8

Prąd o natężeniu I płynie wzdłuż osi z kartezjańskiego układu współrzędnych. W ćwiartce przestrzeni ograniczonej płaszczyznami $x = 0$ i $y = 0$ znajduje się ośrodek o przenikalności magnetycznej μ_1. Pozostałą część przestrzeni wypełnia ośrodek o przenikalności μ_2. Znaleźć indukcję $\boldsymbol{B}$ pola magnetycznego w całej przestrzeni.

Zad 9.



Jedna z metod pomiaru podatności magnetycznej χ polega na pomiarze siły działającej na kulkę z badanego materiału, zawieszoną na ramieniu wagi i umieszczoną między biegunami elektromagnesu (rys.2). Załóżmy, że w pobliżu poziomej osi elektromagnesu (oś z), natężenie poziomego pola magnetycznego zmienia się wraz z odległością x od tej osi w kierunku pionowym według prawa $H(x) = H_0\exp(-\alpha\, x^2)$, gdzie H_0 i α są pewnymi stałymi.

a) Wyznaczyć odległość r_m od osi magnesu, w której należy umieścić kulkę, aby siła działająca na nią miała wartość maksymalną. Obliczyć wartość i kierunek działania tej siły (np. zastępując namagnesowaną kulkę przez małą, prostokątną pętlę z prądem.
b) Obliczyć podatność χ dla kulki paramagnetycznej (χ<<1) z aluminium, jeśli znane są: masa kulki $m = 0{,}15$ g i jej gęstość $\rho = 2{,}7$ g/cm^3, wartości $H_0 = 1{,}5\cdot10^6$ A/m i $\alpha = 100$ m^{-2} oraz maksymalna wartość siły F_m (x=r_m) = $7{,}4\cdot10^{-6}$ N działającej na kulkę.
c) Jaka maksymalna siła będzie działać na kulkę ferromagnetyczną (χ>>1) w przybliżeniu liniowej zależności $B(H)$ dla ferromagnetyka?

Zad. 10

Pierścień aluminiowy o promieniu r i oporze elektrycznym R nałożony jest luźno na ferromagnetyczny rdzeń wystający z pionowo ustawionego solenoidu, zasilanego prądem zmiennym o częstości ω. Całkowity strumień magnetyczny przenikający przez pierścień (uwzględniający również pole magnetyczne pochodzące od samoindukcji pierścienia) ma postać

$$\Phi(z,t) = \Phi_0(z)\cos(\omega t - \vartheta(z)).$$

Pokazać, że uśredniona po czasie siła działająca na pierścień w kierunku pionowym (mogąca spowodować jego lewitację na wysokości z_0) wyraża się wzorem $\langle F\rangle = \alpha\, d\vartheta/dz$ i wyznaczyć współczynnik α jako funkcję parametrów $\Phi_0(z_0)$, ω, R.

Wsk. Do wyznaczenia składowej poziomej pola $\boldsymbol{B}$ skorzystać z prawa Gaussa dla tego pola.