01.04.2020

Zadania domowe z Podstaw Fizyki II

Seria 5

Zad. 1.

Dipol elektryczny o momencie dipolowym $\boldsymbol{p}$ znajduje się w odległości h od nieskończonej, przewodzącej płaszczyzny. Dipol skierowany jest wzdłuż osi x równoległej do płaszczyzny.

a) Obliczyć siłę działającą na dipol.
b) Wyznaczyć gęstość powierzchniową $\sigma(x,y)$ ładunku indukowanego na płaszczyźnie i przedyskutować jego znak w zależności od położenia na płaszczyźnie.

Wskazówka: Dipol można potraktować jako układ 2 ładunków odległych od siebie o $d << h$ (chociaż nie jest to konieczne), ale wynik końcowy powinien być wyrażony przez p.

Zad. 2

Ładunek punktowy Q umieszczono w odległości $z=D$ od środka przewodzącej, uziemionej kuli o promieniu R.

a) Obliczyć maksymalną i minimalną wartość gęstości powierzchniowej σ ładunku zaindukowanego na sferze dla przypadku $D=2R$.
b) Pokazać, że gęstość powierzchniową ładunku na sferze, $\sigma(\theta)$, można opisać wzorem

$$\sigma(\vartheta) = -\frac{Q}{4\pi R^2}\frac{\beta(1-\beta^2)}{(1+\beta^2-2\beta\cos\vartheta)^{3/2}} ,$$

gdzie $\beta=R/D$, a kąt θ mierzony jest względem osi z skierowanej od środka kuli do ładunku Q.

Zad. 3

Dodatni ładunek punktowy Q umieszczono w odległości D od środka izolowanej, przewodzącej kuli o promieniu R, naładowanej dodatnio ładunkiem Q_0. Wyznaczyć wartość ładunku Q, dla której układ ten znajdzie się w stanie równowagi (trwałej czy nietrwałej?). Wynik wyrazić za pomocą bezwymiarowego parametru $x = R/D < 1$.
Obliczyć odpowiednią wartość Q/Q_0 dla przypadku $D = 2R$.

Zad. 4

Dwie nieskończone nici naładowane ładunkami o gęstościach liniowych λ i $-\lambda$ są równoległe do osi z i oddalone od siebie o d. Wykazać, że powierzchnią o stałej wartości potencjału $\Phi = V_0$ jest walec (okrąg w płaszczyźnie xy) i wyznaczyć położenie osi tego walca i jego promień w funkcji parametrów λ, d i V_0. Rozpatrzyć również przypadek szczególny $V_0=0$.

Zad. 5

Wyznaczyć zależność pojemności różniczkowej $C_r = dQ/dU$ od napięcia U dla diody zbudowanej ze złącza dwu materiałów półprzewodnikowych, jednego o koncentracji p nośników swobodnych o ładunku dodatnim i drugiego o koncentracji n nośników o ładunku ujemnym. Złącze należy traktować jak układ jednowymiarowy tzn. utworzony z płaskich, rozciągłych warstw o dużej powierzchni S.

Wskazówka: Warstwy zubożone powstają po obu stronach złącza i zawierają ładunki objętościowe o gęstościach równych, odpowiednio, $+e\cdot n$ oraz $-e\cdot p$.

Zadania dodatkowe (ponadprogramowe)

Zad. 7

Posługując się wynikami zadania 5 wykazać, że pojemność na jednostkę długości układu dwóch równoległych, nieskończenie długich, przewodzących walców o promieniach równych R, których osie odległe są od siebie o $b > 2R$ wynosi

$$\frac{C}{L} = \frac{\pi\epsilon_0}{arcosh\left(\frac{b}{2R}\right)} = \frac{\pi\epsilon_0}{ln\left(\frac{b}{2R} + \sqrt{\left(\frac{b}{2R}\right)^2 - 1}\right)} \ .$$

Zad. 8

Dwie przewodzące kule o takich samych promieniach R, naładowane jednakowymi ładunkami Q umieszczone są w odległości D od siebie (odległość między środkami kul). Potencjał w obszarze między kulami można otrzymać metodą obrazów umieszczając pewne ładunki q_1 w środkach kul oraz nieskończony układ ładunków-obrazów q_n we wnętrzu kul.

a) Dla $n = 1,2,..,5$ wyznaczyć ładunki obrazowe q_n w postaci $q_n = f_n(\beta)q_1$ i ich odległości $x_n = g_n(\beta)R$ od środka kuli, gdzie f_n i g_n są szukanymi funkcjami parametru $\beta = R/D$.

b) Korzystając z wyznaczonych wartości ładunków q_n pokazać, że energia tego układu wyraża się wzorem $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq_1}{R} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}(1 + \beta - \beta^4)$, z dokładnością do wyrazów czwartego rzędu względem β.

c) Obliczyć siłę, z jaką odpychają się te kule z dokładnością do pierwszej poprawki do wzoru Coulomba.

Wskazówka: Całkowity ładunek Q każdej z kul jest równy $Q = q_1 + q_2 + q_3 + \cdots$.

Zad. 9

Cząstka punktowa o ładunku Q i masie m umieszczona początkowo w odległości h od nieskończonej płaszczyzny przewodzącej zaczyna poruszać się w jej kierunku bez prędkości początkowej. Obliczyć w ramach dynamiki Newtona, po jakim czasie cząstka uderzy w płaszczyznę.

Jakie dodatkowe efekty należałoby uwzględnić w ścisłym rozwiązaniu tego zagadnienia?